



En géométrie de cinquième, la symétrie centrale occupe une position... Centrale ! En pratique, elle peut être à l'origine de l'étude des angles alternes internes et des angles correspondants, d'une définition des parallélogrammes et de la démonstration de leurs propriétés. Une bonne compréhension de ce qu'est une symétrie centrale -- et de ses propriétés -- assure donc à terme la maîtrise de la majeure partie de la géométrie de cinquième.

Toutefois, le programme officiel nous interdit une étude de cette symétrie en tant que transformation du plan, c'est-à-dire une étude théorique de la symétrie pour elle-même. Au vu des connaissances, ou plutôt des ignorances, d'un élève de cinquième, cet interdit est tout à fait justifié. Mais est-ce une raison pour en appliquer pêle-mêle les propriétés, en remettant toute réflexion à plus tard ?

Plus tard... Toujours plus tard. C'est devenu une habitude, un système :

« nous le démontrerons plus tard (en quatrième, en troisième, au lycée...) »

Et, plus tard (en quatrième, etc.) : « comme vous l'avez démontré l'an dernier... »

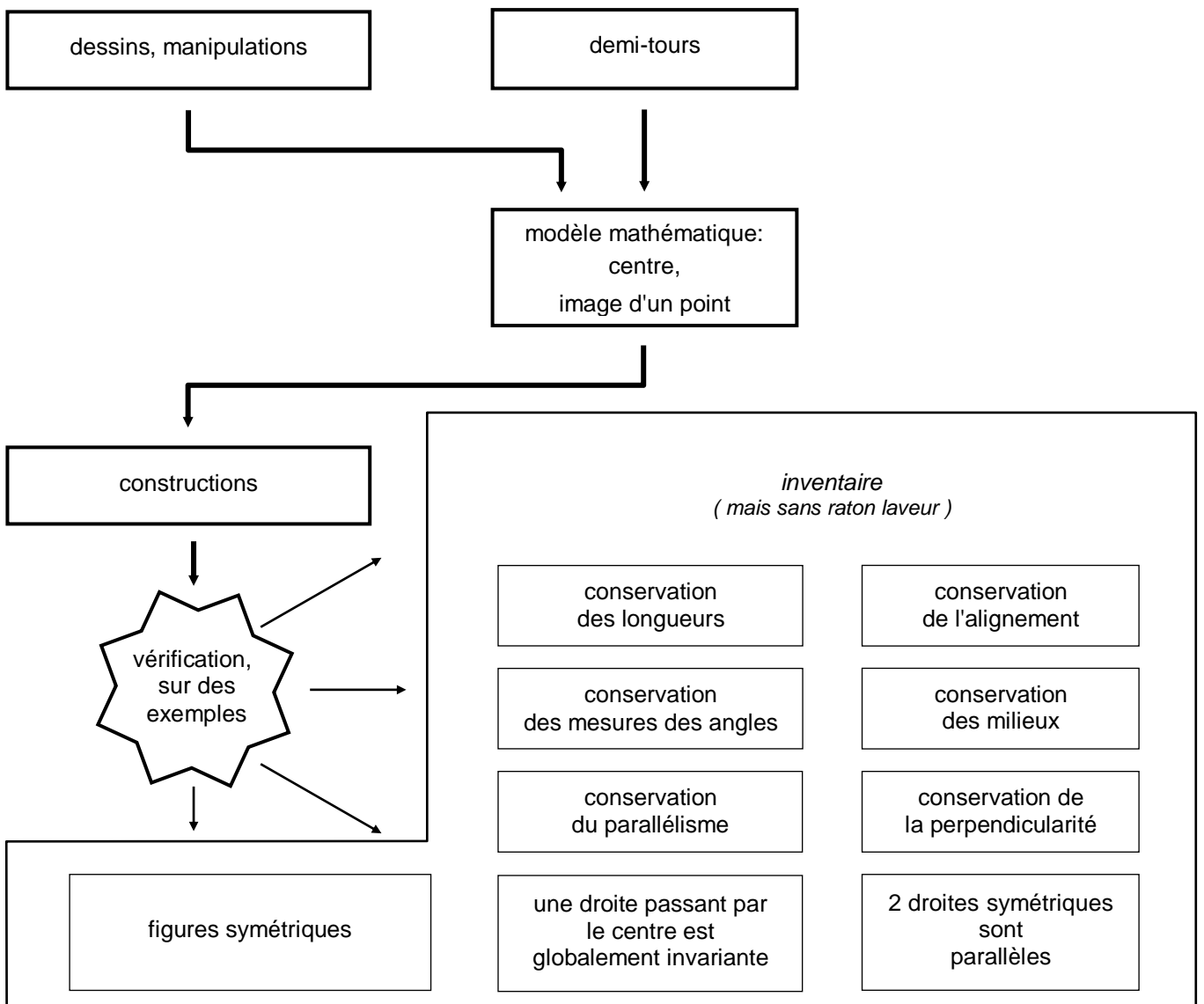
« Mais Monsieur, nous, on l'a jamais démontré ! »

« Mais si, c'est au programme. Vous avez peut-être oublié... » Éventuellement suivi d'une remarque plus ou moins gentille, humoristique, ironique ou acerbe sur un supposé manque d'attention !

J'essaie -- et je suis loin d'être le seul -- de ne pas tomber dans ce travers, et de ne remettre à plus tard que ce qui dépasse effectivement les capacités de compréhension des ados qui me font face. C'est-à-dire, en fin de compte, pas grand-chose : essentiellement quelques définitions formelles dont le vocabulaire même leur est inconnu et recouvre des concepts étudiés en fin de lycée ou en premier cycle de fac.

Mais revenons à notre symétrie centrale. Avez-vous déjà eu l'occasion d'observer une I.R.M. d'un cerveau sain, puis celle du cerveau sclérosé d'une personne qui a perdu l'habitude de l'exercer ? Le cliché du cerveau sain montre une multitude de connexions entre les différentes zones, l'autre cliché fait plutôt penser à un désert ! Quel rapport avec la symétrie centrale, vous demandez-vous ? aucun rapport direct, tout au plus une analogie. Je sais bien qu'il est de bon ton de médire des analogies, et je trouve cela très injuste : une analogie bien construite ne prouve absolument rien, mais elle contribue à la réflexion. Oubliez donc quelques instants vos réticences, et accompagnez-moi dans le déchiffrement et l'interprétation de deux clichés de la symétrie centrale : l'un en schématise la présentation habituelle, l'autre la progression sur laquelle je m'appuie. Chaque flèche symbolise une connexion d'un concept, d'un objet ou d'une action vers un autre, qui s'en nourrit. Plus ces connexions sont nombreuses et plus chaque élément est facilement intégré à l'ensemble, plus les élèves acquièrent une vision claire de ce qu'ils étudient, plus ils disposent de « points d'ancrage » qui leur permettent d'accrocher ces nouvelles connaissances à leur base personnelle.

Symétrie centrale en 5^{ème} : une présentation habituelle



Naturellement, il s'agit de documents de travail destinés à des profs, pas à leurs élèves, et le dépouillement de l'un, la complexité apparente de l'autre n'ont aucun lien direct avec la fluidité et l'efficacité du cours qui en découle. Tout au contraire, l'apparente légèreté d'un cours est inversement proportionnelle au travail et à la réflexion qui l'ont précédé, de la même façon que, derrière l'apparente facilité d'un jeu d'acteur se cachent des heures et des heures de travail et de répétition. Mon cours sera réussi si aucun élève n'imagine cette structure qu'il dissimule, si chacun a l'impression d'évoluer librement... Mais en même temps se découvre des questions à poser, et y reçoit des réponses.

Voulez-vous prendre avec moi le temps de décortiquer, d'analyser ces deux planches, ces deux approches d'un même cours ? (Le temps... Ce qui manque toujours au prof, toujours forcé de parer au plus pressé pour « finir le programme », toujours contraint à remettre à plus tard la mise en perspective et les explications de fond qui manquent cruellement à ses élèves ! Et pourtant, quelques heures « perdues » à donner du sens, un contexte aux concepts que nous allons manipuler durant toute la scolarité font gagner, un peu plus tard, des semaines, et parfois beaucoup plus. Mais je l'ai déjà dit !)

La première planche, en réalité, n'appelle pas beaucoup de commentaires : elle correspond à une introduction classique de la symétrie centrale : quelques dessins, des manipulations introduisant rapidement l'idée de demi-tour (pourquoi, mais pourquoi s'obstine-t-on à considérer la symétrie centrale comme une rotation particulière -- ce qui est d'ailleurs démenti dans l'espace ?), puis un modèle de la construction de l'image d'un point, enfin de nombreuses constructions d'images de figures variées, dans le but d'observer, pêle-mêle, différentes propriétés au programme de cinquième. Beaucoup d'éléments, donc... Et bien peu de connexions.

Certes, la présentation en est d'un dépouillement élégant. Mais d'une part, je ne suis pas sûr que vous penseriez la même chose s'il s'agissait d'une carte routière et que vous deviez vous rendre par exemple de « dessins, manipulations » à « deux droites symétriques sont parallèles ». D'autre part, cet élégant dépouillement traduit un désert intellectuel, une absence d'appel à la réflexion dont je doute qu'ils soient profitables à votre enfant.

Quant à la deuxième planche, elle correspond à mon approche du cours, et je n'aurai donc pas le mauvais goût de m'extasier devant la finesse des enchaînements et l'intelligence de la présentation ! Je voudrais simplement, ici, en détailler la mise en application, que mes élèves semblent apprécier, d'une part pour le côté théâtral de la présentation, d'autre part pour la logique qu'ils y trouvent et finalement, parce qu'il leur paraît facile de mémoriser un concept qui a pris du sens et qui est intégré dans un tout.

Reprenons : je n'ai pas le droit d'entreprendre une étude théorique, je ne veux pas me limiter à quelques constructions, ni à un inventaire de propriétés. Alors, que faire ?

Ma réponse est en plusieurs temps et s'étale sur un peu plus d'une semaine.

Premier temps : une expérience

J'ai construit, il y a sept ou huit ans, une boîte en contreplaqué, de 70 cm de long sur 40 de large et 40 de haut, opaque, simplement percée d'un petit trou au centre de l'une des faces carrées, qui devenait alors la face avant de la boîte -- quelque chose comme la « *camera obscura* » de Léonard de Vinci (ou, bien avant lui, de Ibn Haitham). . Vous trouverez en annexe, dans les feuilles de cours sur la symétrie, une représentation de ce bricolage.

À l'intérieur de cette boîte, fixé à la face avant, un projecteur éclaire un dessin très simple, collé sur la face arrière. Les panneaux avant et arrière sont amovibles.

Je place cette boîte face au tableau blanc de la classe, l'avant à 70 cm du tableau, je fais l'obscurité dans la salle et j'allume le projecteur. Les élèves viennent par petits groupes voir le dessin qui apparaît sur le tableau (trop faiblement pour que chacun puisse le voir de sa place) puis, lorsque je rouvre les rideaux, le reproduit rapidement sur une feuille de brouillon.

J'éteins le projecteur, je démonte la face arrière après avoir tourné la boîte pour qu'ils ne puissent pas en voir l'intérieur, je leur montre le dessin -- le même que celui qu'ils ont observé, mais « à l'envers », puis je leur demande ce qu'il y a dans la boîte.

Et là, c'est la folie, ils veulent tous prendre la parole et imaginent des miroirs, des optiques compliquées... Jusqu'à ce que je démonte la face avant, avec son simple trou et son projecteur, jusqu'à ce qu'ils se soient assurés que le reste de la boîte n'est plus qu'un tube vide... Silence dans la classe.

Il nous reste alors une vingtaine de minutes pour parler de la lumière, pour comprendre qu'une fois éclairé, chaque point du dessin se comporte à son tour comme une minuscule lampe, qui envoie des rayons de lumière (colorée) dans toutes les directions, et que tous les rayons, sauf un, viennent cogner les parois et restent captifs de la boîte.

Sauf un ? Non bien sûr, parce que le trou, même s'il est petit, est beaucoup plus gros qu'un point. Infiniment plus gros ! Naturellement, chaque élève de la classe comprend, parce qu'il s'agit d'un thème sur lequel nous avons déjà travaillé, ce qu'est un point, mais également ce qu'est une ligne... Et heureusement, parce qu'il nous est alors possible d'assimiler les rayons lumineux qui viennent cogner les parois à des lignes droites brisées, et « le » rayon qui s'échappe à une demi-droite !

Deuxième temps : deux questions à la classe

Pourquoi l'image du dessin, sur le tableau, est-elle inversée ?
Pourquoi le dessin et son image ont-ils la même taille ?

La recherche des réponses, puis leur mise en forme occupe une deuxième séance.

Troisième temps : de l'expérience à la géométrie

Avant d'aborder la symétrie centrale, nous avons, pendant deux ou trois séances, fait le point sur la symétrie axiale (programme de sixième). Cela m'a permis d'introduire la notion de points caractéristiques d'une figure, qui va nous être utile maintenant.

Les élèves trouvent en effet banal, après avoir dessiné une figure sur une feuille, d'en déterminer les points caractéristiques, de marquer un point (au début, en dehors de la figure), de considérer la figure comme un « dessin de fond de boîte », le point comme un trou, puis de construire l'image du dessin (en réalité, les images des points caractéristiques) par rapport à ce point. Du premier coup, et pour tout le monde !

Je peux alors leur présenter la symétrie centrale comme une traduction mathématique de la « boîte magique », déterminée par deux conditions : tout passe par le « trou » et les longueurs sont conservées.

(J'ai bien conscience de l'imperfection du passage de l'espace au plan : pour que l'analogie soit irréprochable, je devrais imaginer, dans l'espace, une « *camera obscura* » très améliorée, qui permettrait de projeter en relief l'image inversée d'un solide -- une sorte de machine à hologrammes. Le dessin plan correspondrait alors à l'intersection du solide et de son image par un plan passant par le centre de symétrie. Apparemment, cette imperfection ne semble pas déranger mes élèves... Même si, chaque année, certains m'en font la remarque -- ce qui me conforte dans la volonté de ne pas les sous-estimer !)

La fin de la séance se passe en construction d'images de dessins par des symétries centrales dont les centres viennent petit à petit se mêler aux dessins.

Quatrième temps : celui de la réflexion

Après avoir constaté que deux triangles dont les côtés ont les mêmes longueurs ont des angles de mêmes mesures, après en avoir « fait » un théorème (sans toutefois réellement le démontrer), je peux maintenant démontrer qu'une transformation qui conserve les longueurs a comme conséquence de conserver les mesures des angles (donc la perpendicularité), ce qui, à son tour, a comme conséquence de conserver les formes, le parallélisme et l'alignement -- la conservation de l'alignement débouchant à son tour sur celle des milieux et sur deux propriétés particulières de la symétrie centrale...

Bien entendu, et pour ne pas contrevenir aux injonctions du programme, je ne parle pas de transformation : je me contente de plaquer ces démonstrations sur une figure et son image dans une symétrie centrale -- puis de revenir un instant au cours de sixième, à un dessin et son image dans une symétrie axiale, pour montrer que les mêmes causes produisent les mêmes effets !

Comment ? Tout cela prend du temps, beaucoup de temps, trop de temps ?

Mais sommes-nous donc (nous, professeurs) payés au chapitre ? Avons-nous pour mission de saucissonner le programme ? Un chapitre ici, une tranche là... Et qu'importe si trois mois plus tard, ces chapitres sont oubliés...

Ou sommes-nous supposés développer, structurer l'esprit de nos élèves ?

Est-il si difficile d'accepter qu'à la longue, sur une année et non pas sur deux semaines, on gagne du temps en travaillant comme j'essaie de le faire ?

Au fond, quel est le propre de cette approche de la symétrie centrale ? Ou, de façon beaucoup plus générale et comme le second exemple en témoignera, de cette conception de l'enseignement des mathématiques au collège ? (... Et pourquoi pas de l'enseignement tout court, mais ceci, comme le dirait Kipling, est une autre histoire !)

Tout simplement peut-être, de croire en l'intelligence, en la faculté de raisonnement d'un ado, et de s'adresser à cette intelligence, au lieu de rabaisser nos élèves au rang d'une machine plus ou moins perfectionnée, plus ou moins capable d'appliquer correctement -- après apprentissage et uniquement d'après un modèle. De croire qu'ils pourront prendre goût au savoir, plus qu'au savoir-faire... Voire plus qu'au faire semblant dont ils se contentent parfois dans leur scolarité.

Tout simplement encore, et pardonnez-moi d'y revenir, de considérer que nous, professeurs, avons une mission, et que les parents de nos élèves nous les confient certainement plus pour les aider à devenir autonomes, maîtres d'un raisonnement et d'un sens critique dont ils sauront user, que pour en faire les pigeons obéissants d'une société de consommation.

Quels sont les avantages, mais également les inconvénients de cette façon d'enseigner ? Je veux parler ici des avantages et des inconvénients pour l'élève. Pour le professeur, pour la société, c'est une autre affaire... J'y reviendrai !

Les avantages, d'abord.

Donner du sens à ce qu'on enseigne. Et, par voie de conséquence :

donner envie de mieux comprendre, de mieux penser, d'améliorer les performances de son cerveau, tout comme débiter un sport peut donner l'envie de mieux le pratiquer, par un travail sur son corps.

Permettre de retenir facilement et durablement ce qu'on a étudié : essayez de retenir ne serait-ce qu'une journée une phrase -- de quelques mots -- prononcée dans une langue que vous ne connaissez pas. Une phrase dont vous ne comprenez pas le sens. A la fin de cette journée vous répéterez vraisemblablement tout autre chose que ce que vous avez entendu... Sans avoir conscience de vos erreurs. Peut-être même serez-vous persuadé d'avoir « répondu juste » !

Maintenant, faites-vous traduire la phrase, imprégnez-vous de la syntaxe et du sens de chaque mot. Ne croyez-vous pas que vous la retiendrez, cette fois-ci ? Et d'autant plus facilement, naturellement, qu'elle parlerait de sujets que vous connaissez !

En aborder les applications pratiques sans angoisse, même lorsqu'elles ne sont pas la simple répétition d'un modèle vu en classe... Et donc, prendre confiance en soi, en ses capacités d'être humain nanti d'un cerveau autonome, et non plus seulement en ses qualités de machine à copier, de perroquet.

Encourager nos élèves, dès le collège, à structurer leurs connaissances, à attacher au moins autant d'importance aux relations entre objets qu'aux objets eux-mêmes, à ne pas laisser leur cerveau devenir un vaste fourre-tout dans lequel ils emmagasinent toutes les informations dont ils sont bombardés sans les ordonner, sans cette profondeur dont je parlais au début du chapitre.

Structurer, hiérarchiser, relier. Comme la classification des espèces. Répertoire, entretenir dans son esprit un répertoire de mots-clés.

Enfin, et c'est peut-être le plus important, redonner toute sa valeur au sens critique : habituer nos élèves à séparer les affirmations des faits, des propriétés démontrées. Et pourquoi pas, petit à petit, à s'interroger sur les démonstrations elles-mêmes : sur quels éléments s'appuient-elles, ces éléments sont-ils solides, s'appliquent-ils à la situation observée ?

Je ne suis pas le gourou d'une secte ésotérique, un théorème n'est pas un acte de foi et je rappelle fréquemment à mes élèves qu'ils ne doivent pas croire ce que je dis simplement parce que c'est moi qui l'ai dit. Dans les très rares cas où je ne peux pas (par manque de temps ou par manque de moyens) leur apporter la preuve de ce que je leur affirme, je les exhorte à marquer quelque part -- et à retenir -- le fait que cette affirmation n'est pas démontrée, à « conserver un point d'interrogation » dans leur tête... À me faire confiance, certes, parce qu'ils n'ont pas vraiment le choix. Mais provisoirement !

Par une curieuse évolution de la langue, « critiquer » est devenu péjoratif. Peut-être est-ce parce que de nombreux petits chefs, qui par définition confondent critique et insubordination, ont réussi à imposer leurs valeurs à la majorité d'entre nous. Peut-être est-ce pour d'autres raisons, qui m'échappent...

Sans critique, il n'est pas de liberté. Mais il n'est pas non plus d'humanité : retirez à l'homme cet esprit critique qui déplaît tant à certains, et il vous reste un singe au cerveau hypertrophié, uniquement soumis à ses pulsions, ses émotions et ses conditionnements.

Les inconvénients, maintenant.

Un premier inconvénient, et, pour moi, le seul sérieux, parce qu'il est beaucoup plus inhérent à la nature humaine qu'à notre système scolaire : dans la mesure où une grande partie d'un cours se passe en dialogue entre les élèves et moi, en questions, clarifications et explications de toutes sortes, chaque élève est persuadé, en sortant de classe, qu'il a tout compris ! Et c'est généralement vrai, mais ça ne suffit pas : après avoir compris, il doit maintenant mémoriser. Puis savoir appliquer. Cela passe par une utilisation régulière, suffisamment fréquente, de ce qu'il a appris.

Et c'est là que le bât blesse : la régularité.

Comme je l'ai déjà écrit, je demande à mes élèves, à raison de trois ou quatre séances d'un quart d'heure par semaine, de revenir sur les interrogations, « rams » et devoirs qu'ils ont (soigneusement et chronologiquement) présentés dans un cahier qu'ils conservent chez eux. À chaque séance, ils doivent ouvrir ce cahier au hasard, choisir une question qu'ils n'ont pas parfaitement réussie -- où qu'ils ne se rappellent plus très bien, observer et comprendre la correction, puis en réécrire l'énoncé sur un brouillon, fermer le cahier et répondre à la question.

Comme ils ouvrent leur cahier au hasard, et comme, de toute façon, chaque interrogation porte, pour moitié, sur le thème le plus récent, et pour l'autre moitié, sur des fragments quelconques de ce que nous avons étudié depuis le début de l'année, ces trois ou quatre séances hebdomadaires leur permettent de revenir régulièrement sur tout le programme.

A condition qu'ils jouent le jeu !

Je leur explique bien, dès les premiers jours, que ce travail est indépendant des quelques minutes de révision du cours de la journée et de son application directe (un petit exercice rapide pour le cours suivant). Je leur explique également que cette heure de révision générale, chaque semaine, leur permettra à tout jamais -- collège, lycée, et même après... -- d'éviter les prises de tête de trois heures la veille d'une interro, la migraine et le ratage qui s'ensuivent !

Je le leur explique donc, je le leur ré-explique, je le leur rabâche chaque mois. Mais il s'agit d'un travail personnel, que je ne peux pas -- que je ne veux pas contrôler.

Et c'est là, certainement, qu'il y a des choses à améliorer. Trop de mes élèves retombent, au cours de l'année, dans l'ornière des prises de tête pré-interros. Vraisemblablement parce qu'il n'est pas dans la nature humaine, ou peut-être pas dans notre système social, de travailler peu et régulièrement. D'avoir l'impression de ne rien faire -- ou presque, et de progresser. De réussir sans souffrir.

Deux autres inconvénients, maintenant, mais ceux-là sont directement liés à notre système scolaire, et faciles à éviter, dès lors qu'on le désire vraiment :

D'une part, un élève qui découvre ce type de comportement en fin de collège aura beaucoup plus de difficultés qu'un élève de cinquième à lutter contre d'éventuels conditionnements, à accepter cette idée fondamentale qu'il est un acteur de sa scolarité, qu'il n'est ni invraisemblable ni honteux de dialoguer avec un prof -- qu'il lui est encore possible de combler des lacunes très anciennes... Et peut-être même de s'intéresser à certains sujets !

D'autre part, enfin, les acquis de l'année se délitent nécessairement si, l'année suivante, l'élève cesse d'entretenir la mécanique !